Программа экзамена по математическому анализу

I курс, весенний семестр 2018 года

(1) Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства: линейность, формула интегрирования по частям и формула замены переменных.

(2) R^n - линейное, евклидово, нормированное и метрическое пространство. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.

(3) Метрические пространства и нормированные пространства. Предел последовательности. Сходимость последовательностей в R^n: покоординатная сходимость и теорема Больцано. Эквивалентность норм в R^n.

(4) Полные пространства. Полнота R^n и пространства ограниченных функций.

(5) Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Полнота пространства непрерывных функций C[a, b].

(6) Открытые и замкнутые множества и их свойства. Предельные и граничные точки. Равносильные определения замкнутости.

(7) Компакт в метрическом пространстве, его свойства. Компактность бруса в R^n. Критерий компактности в R^n.

(8) Предел функции, отображающей метрическое пространство в метрическое или нормированное пространство. Равносильность определений Коши и Гейне. Критерий Коши существования предела.

(9) Непрерывность функции, отображающей метрическое пространство в метрическое или нормированное пространство. Равносильные определения непрерывности. Непрерывность композиции непрерывных функций.

(10) Глобальные свойства непрерывных функций: прообраз открытого множества является открытым множеством, образ компакта является компактом.

(11) Теорема Вейерштрасса. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

(12) Связные множества в метрическом пространстве. Связность и теорема о промежуточном значении. Связные множества на числовой прямой.

(13) Линейно связные пространства. Линейная связность открытых связных множеств в нормированном пространстве.

(14) Непрерывность линейных отображений. Линейные отображения из R^n в R^m.

(15) Дифференцируемые отображения нормированных пространств. Непрерывность дифференцируемого отображения. Производная вдоль вектора и ее связь с дифференциалом. Единственность дифференциала.

(16) Дифференцируемые функции из R^n в R. Градиент функции и его свойства. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцируемые отображения из R^n в R^m и матрица Якоби.

(17) Основные правила дифференцирования: линейность, правило Лейбница, дифференцирование сложной функции. Инвариантность первого дифференциала. Дифференцирование обратной функции.

(18) Теорема о сжимающем отображении. Теорема об обратной функции.

(19) Теорема о неявной функции. Теорема о функциональной зависимости.

(20) Частные производные и дифференциалы высокого порядка. Теоремы Юнга и Шварца.

(21) Формула Тейлора. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.

(22) Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа.

(23) Определенный интеграл Римана. Ограниченность интегрируемой функции. Линейность, монотонность, аддитивность интеграла. Теорема о среднем.

(24) Перестановочность равномерного предела и интеграла. Интегрируемость непрерывной функции и интегрируемость монотонной функции.

(25) Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям и формула замены переменных (для интеграла от непрерывной функции).

(26) Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу. Переформулировка критерия Дарбу в терминах колебания функции.

(27) Множества меры нуль по Лебегу и их свойства. Критерий Лебега. Интегрируемость композиции интегрируемой функции и непрерывной функции.

(28) Липшицевы функции отображают множества меры нуль в множества меры нуль. Формула замены переменных для интегрируемых функций.

(29) Формула Ньютона-Лейбница для интегрируемой функции. Свойства интеграла с переменным верхним пределом от интегрируемой функции.

(30) Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Лемма Морса.

Лектор, профессор кафедры математического анализа, д. ф.-м. н. С. В. Шапошников

Текст восстановлен из официального PDF МГУ с поврежденной кодировкой кириллического текстового слоя. Смысл и структура списка сохранены; типографика нормализована для корректного чтения и копирования.